

## PROGRAMME DE COLLES 04.

CHAPITRE 5 : APPLICATIONS LINÉAIRES ET CHAPITRE 6 : INTÉGRATION.

Tous les sujets de colles comportent

1. Une partie sur le cours (définitions, énoncés de résultats, preuves simples), notée sur 8 points.
2. Une partie d'exercices notée sur 12 points.

### QUESTIONS DE COURS.

#### Chapitre 5.

- Toutes les définitions du cours.
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
  - Les différentes caractérisations de la linéarité.
  - Le théorème du rang et ses conséquences.
  - Les résultats du cours sur les espaces vectoriels.
- Les preuves suivantes :
  - L'image du vecteur nul de  $E$  par une application linéaire  $E \rightarrow F$  est le vecteur nul de  $F$ .
  - La composée d'applications linéaires est linéaire.
  - Le noyau d'une application linéaire est un sous-espace vectoriel.
  - L'image d'une application linéaire est un sous-espace vectoriel.
  - Le noyau est réduit au seul vecteur nul si et seulement si l'application est injective.

#### Chapitre 6.

- Toutes les définitions du cours.
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
  - La fonction  $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  est la primitive de  $f$  qui s'annule en  $a$ .
  - L'intégrale de Gauss et sa valeur.
  - Stratégie de comparaison série/intégrale (voir chapitre 2).
- Les preuves suivantes :
  - Démontrer les propriétés élémentaires des intégrales (inversion des bornes, relation de Chasles, linéarité de l'intégrale) en admettant l'existence d'une primitive.
  - Faire le calcul des intégrales de référence (intégrales de Riemann et exponentielles).
  - (\*) Montrer que la valeur absolue de l'intégrale est inférieure à l'intégrale de la valeur absolue, en admettant que les sommes de Riemann d'une fonction continue convergent vers l'intégrale.
  - Démontrer la formule d'intégration par parties.

### EXERCICES.

- Montrer qu'un sous-ensemble d'un espace vectoriel de référence est un sous-espace vectoriel. Trouver une base de ce sous-espace et sa dimension.
- Montrer qu'une application est linéaire.
- Résoudre des systèmes linéaires. En déduire la description du noyau et de l'image d'une application linéaire.
- Tous les exercices classiques du chapitre sur les espaces vectoriels.

---

Date: Quinzaine du 06 Novembre au 17 Novembre.

- Utiliser les techniques de calcul matriciel de ECE 1.
- Utiliser les techniques de calcul pour les intégrales (primitives, intégration par parties, changement de variable).
- Utiliser les techniques sur les équivalents pour étudier la convergence d'une intégrale impropre.